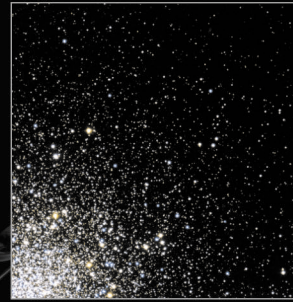
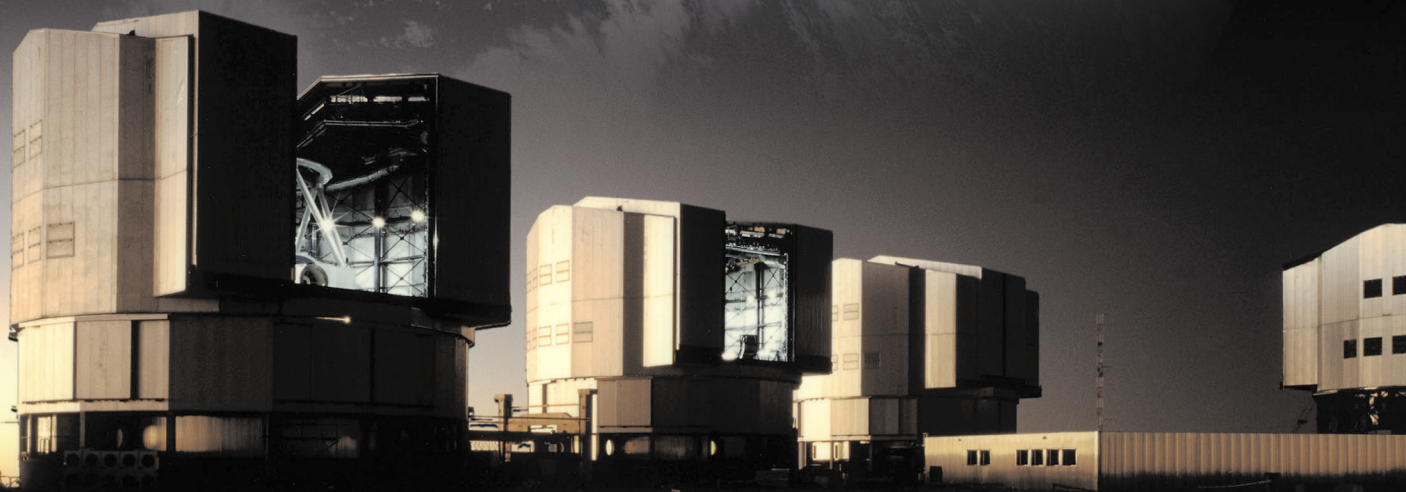


# ESA/ESO ÖVNINGSSERIE I ASTRONOMI

Övningar i astronomi  
som använder observationer från  
NASA/ESA Hubble Space Telescope  
och ESOs teleskop



Övning 4



**Mätning av en klotformig stjärnhops avstånd och ålder**  
Baserat på observationer med ESOs Very Large Telescope





# Innehåll

## ESA/ESO's Övningsserie i Astronomi 4

### Förord

- Förord ..... sidan 2

### Introduktion

- Stjärnor ..... sidan 3
- Väteförbränning ..... sidan 3
- Stjärnhopar ..... sidan 3
- Klotformiga stjärnhopar ..... sidan 3
- Den klotformiga stjärnhopen M12 ..... sidan 6
- Hertzsprung-Russell-diagrammet ..... sidan 6
- Stellär evolution i H-R-diagrammet ..... sidan 6
- B-V Färgindex ..... sidan 8
- H-R-diagrammet är nyckeln till en hop ..... sidan 8

### Uppgifter

- Observationer, datareduktion och analys ..... sidan 9
- Tips till bildanalys ..... sidan 9
- Uppgift 1 B-Band träning ..... sidan 9
- Uppgift 2 B-Band kalibrering ..... sidan 9
- Uppgift 3 B-Band magnituder ..... sidan 9
- Uppgift 4 V-Band träning ..... sidan 9
- Uppgift 5 V-Band kalibrering ..... sidan 9
- Uppgift 6 V-Band magnituder ..... sidan 10
- Uppgift 7 Färgindex ..... sidan 10
- Uppgift 8 Yttemperaturer ..... sidan 10
- Uppgift 9 H-R-diagram ..... sidan 10
- Uppgift 10 Huvudserieanpassning ..... sidan 10
- Uppgift 11 Avstånd till M12 ..... sidan 10
- Uppgift 12 Extinktionkorrektion ..... sidan 10
- Uppgift 13 ..... sidan 10
- Utvecklingen av klotformiga stjärnhopar ..... sidan 15
- Uppgift 14 ..... sidan 16
- Uppgift 15 ..... sidan 16
- Uppgift 16 ..... sidan 16

### Extrauppgifter

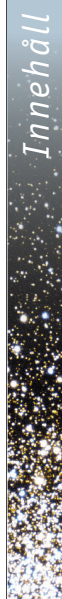
- Uppgift 17 ..... sidan 17
- Uppgift 18 ..... sidan 18

### Ytterligare Läsning

- Vetenskapliga artiklar ..... sidan 19

### Lärarens Guide

- Lärarens Guide ..... sidan 21



## Förord

### ESA/ESOs Övningsserie i Astronomi 4

#### Mätning av en klotformig stjärnhops avstånd och ålder

Astronomi är en lättillgänglig och visuell vetenskap, vilket gör den idealisk i undervisningssyfte. De senaste åren har NASA<sup>1</sup>, ESA<sup>2</sup>, Hubble Space Telescope och ESOs<sup>3</sup> teleskop på La Silla- och Paranal-observatorierna i Chile presenterat allt djupare och mer spektakulära bilder av universum. Hubble och ESOs teleskop har inte bara gett fantastiska bilder, de är även ovärderliga instrument för astronomer. Teleskopen har en mycket bra rums/vinkel-upplösning (bildskärpa), vilket ger astronomer möjlighet att blicka längre ut i universum än någonsin tidigare och låter dem svara på gamla, hittills obesvarade frågor. Att analysera sådana observationer, vilket ofta är ett sofistikerat och detaljerat arbete, är ibland tillräckligt enkelt för att gymnasiestudenter själva ska kunna utföra det.

Denna serie av uppgifter är framtagen av den europeiska partnern i Hubbleprojektet, ESA (European Space Agency), som har 15% av observationstiden med Hubble, tillsammans med ESO (the European Southern Observatory).



**Figur 1: ESOs Very Large Telescope**

ESO's Very Large Telescope (VLT) på Paranalobservatoriet (Atacama, Chile) är världens största och mest avancerade teleskop. Med dess suveräna optiska upplösning och oöverträffade spegelarea producerar VLT mycket skarpa bilder och kan uppfatta ljus från universums mest avlägsna och ljussvaga objekt.



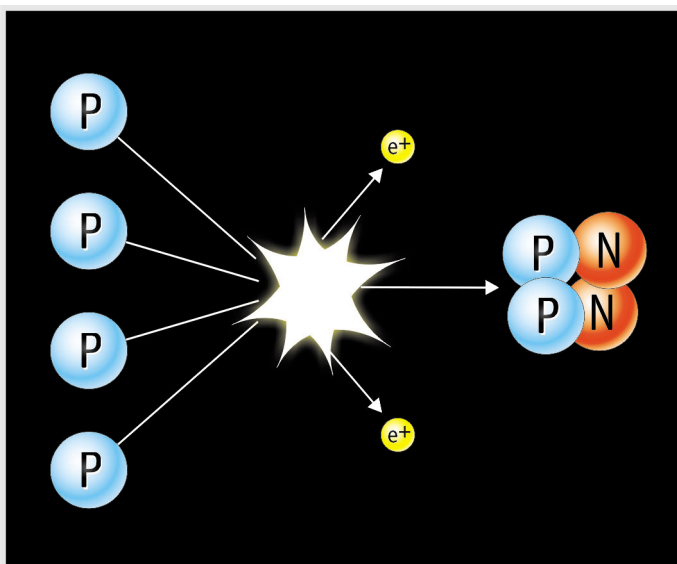
## Introduktion

### Stjärnor

En stjärna är en gigantisk boll av självlysande gas med fysiska egenskaper som massa, temperatur och radie. Av intresse för astronomerna är också dess avstånd från jorden. Den närmsta — och mest studerade — stjärnan är givetvis vår sol.

### Väteförbränning

Ljuset som strålas ut från de flesta stjärnor är en biprodukt av termonukleära fusionsprocesser i stjärnans inre kärna. En normal sol-lik stjärna består av ungefär 74% väte, 25% helium och 1% är en blandning mellan övriga grundämnen. Den vanligaste fusionsprocessen i sol-lik stjärnor är väteförbränning där fyra vätekärnor sammansmälter till en heliumkärna. Processen sker i flera steg illustrerade i fig. 2. I det första steget sammansmälter två protoner och bildar deuterium, en form av tungt väte. Detta är en mycket ovanlig händelse även i en stjärnas täta kärna, där temperaturen är flera miljoner grader. Detta är orsaken till att alla sol-lik stjärnor inte exploderar i en okontrollerbar härdsmläta när fusionsprocessen startar, utan förblir i denna stabila fas av sina liv i flera miljarder år. När stjärnorna är stabila är deras yttemperatur, radie



**Figur 2: Väteförbränning**  
Den enklaste formen av energiproduktion i stjärnor sker genom fusion av fyra vätekärnor som bildar en heliumkärna. Processen har flera steg men här visas bara det totala resultatet.

och luminositet nästan konstanta. Kärnreaktionerna i kärnan genererar precis tillräckligt med energi för att hålla en balans mellan det utåtriktade termiska trycket och de inåtriktade gravitationella krafterna.

Massan av en heliumkärna är endast 93,7% av massan hos de fyra ursprungliga vätekärnorna. Fusionsprocessen konverterar 0,7% av massan till energi - mestadels ljus. Mängden energi kan beräknas ur Einsteins berömda ekvation,  $E = Mc^2$ . Eftersom  $c^2$  är ett stort siffra betyder det att även en liten mängd materia kan konverteras till en fantastisk mängd energi. Resten av massan på 0,7% involverad i en fusionsreaktion kan verka liten, men när man betraktar den totala mängden reaktioner är massan (och därför energin) som är involverad rejäl.

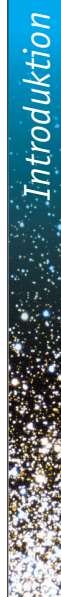
### Stjärnhopar

Termen "stjärnhop" används för två olika typer av grupper av stjärnor: Öppna stjärnhopar och klotformiga stjärnhopar. Öppna stjärnhopar är lösa samlingar av ett hundratal till några få tusen relativt unga stjärnor. Dessa är typiskt ett fåtal hundra miljoner år gamla, en bråkdel av de miljardtals år det tar för en stjärna att utvecklas. Dessa hopar finns i disken på vår galax, Vintergatan, och innehåller ofta moln av gas och stoft där nya stjärnor föds. Den typiska diametern på en öppen stjärnhop är ungefär 30 ljusår (10 parsec).

### Klotformiga stjärnhopar — de äldsta strukturerna i Vintergatan

Några få hundra kompakta, sfäriska hopar kallade klotformiga stjärnhopar existerar i Vintergatans disk och halo och är gravitationellt bundna till vår galax.

Varje klotformig stjärnhop består av en sfärisk grupp av upp till en miljon stjärnor vilken typiskt är 100 ljusår i diameter. De flesta klotformiga stjärnhopar är väldigt gamla och bildades troligen redan före galaxen bildades för 12 miljarder år sedan, när majoriteten av den protogalaktiska materien samlades till disken.





## Introduktion

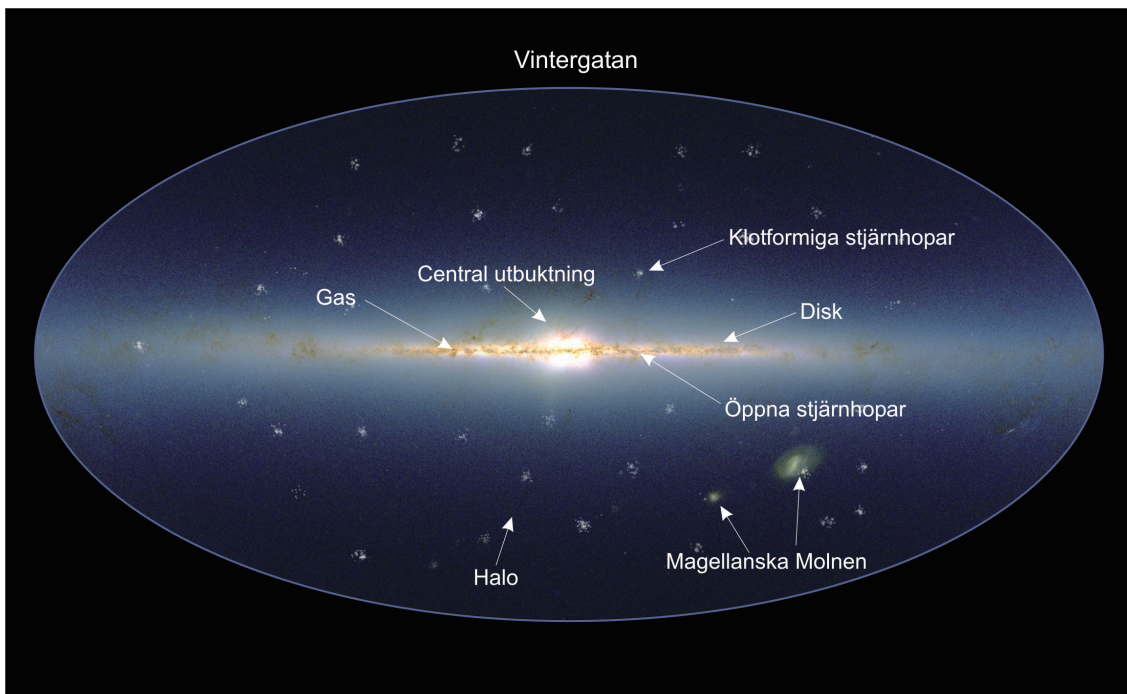


**Figur 3: Pleiaderna (Messier 45) i stjärnbilden Oxen (Taurus)**

Detta är en av de mest berömda stjärnhoparna på himlen. Pleiaderna kan ses med blotta ögat även i de mest upplysta städerna. Det är en av de ljusstarkaste och närmaste öppna hoparna. Pleiaderna innehåller mer än 3000 stjärnor, befinner sig ungefär 400 ljusår bort och är endast 13 ljusår i diameter (med tillstånd av Bruno Stampfer och Rainer Eisendle).

Många klotformiga hopar har troligtvis blivit förstörda över de miljardtals år som de levt, genom återkommande kollisioner med varandra eller med Vintergatan. De överlevande klotformiga stjärnhoparna är äldre än någon annan struktur

i Vintergatan. Den astrofysikaliska studien av klotformiga stjärnhopar är en viktig del av forskningsintresset i det internationella astronomiska samfundet.



**Figur 4: Vintergatan**

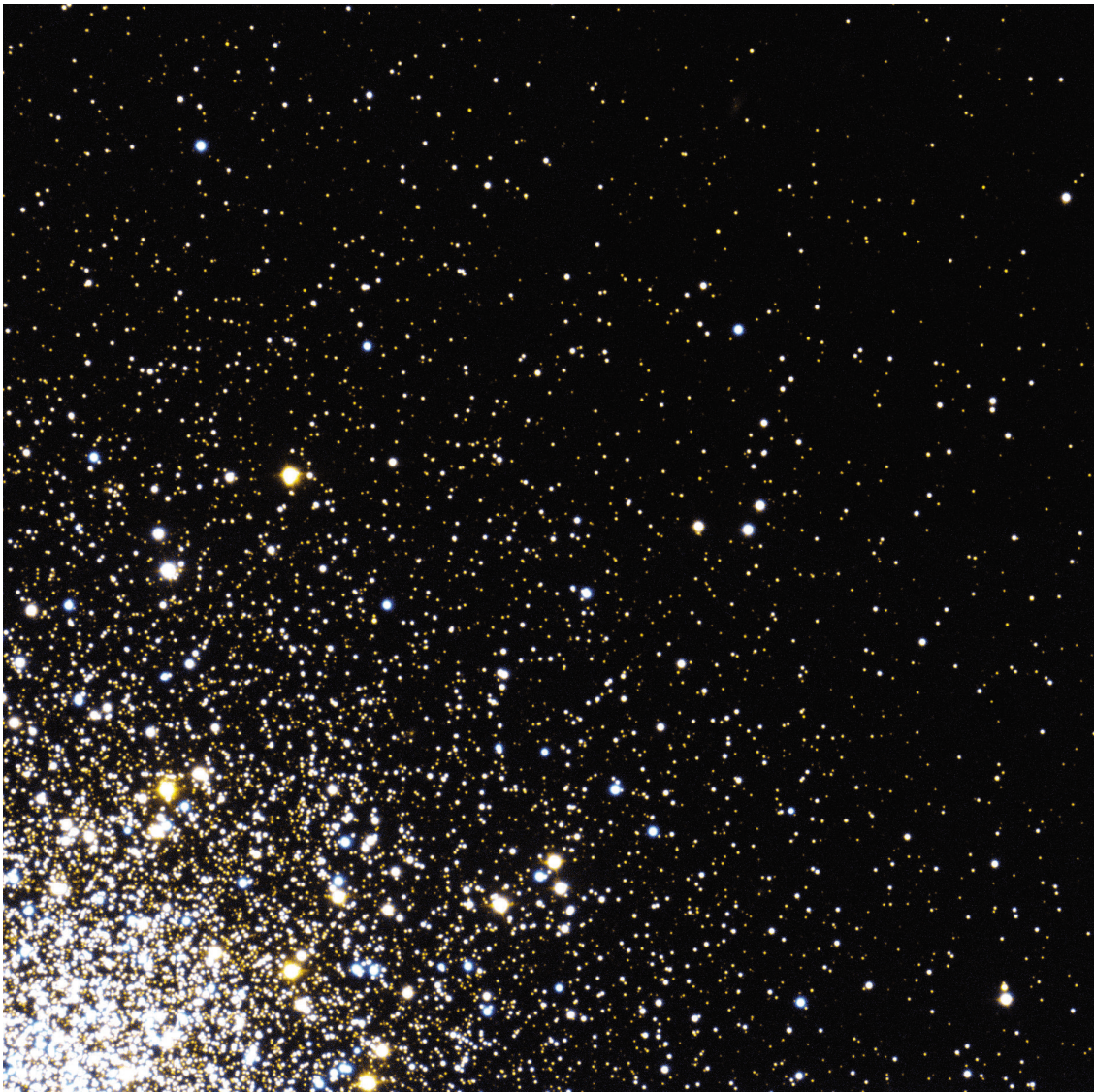
Denna illustration ger en överblick av Vintergatan. De olika komponenterna av detta komplicerade system av stjärnor, gas och stoft är markerade. Diskens plan ligger längs den centrala horisontella linjen. De klotformiga stjärnhoparna är fördelade i en sfärisk halo runt galaxens centrum. Man tror att fördelningen är relaterad till det faktum att dessa hopar av stjärnor bildades tidigt i galaxens historia.



## Introduktion

Dessa hopar av stjärnor är viktiga, inte bara för att de är värdefulla testplatser för teorier i stjärnstruktur och evolution, utan också för att de är ett av de få objekt i galaxen som man kan bestämma relativt exakta åldrar för. På grund av deras långa liv ger de en väldigt värdefull lägre gräns för Universums ålder. Spridningen i deras åldrar och korrelationen mellan en hops ålder och kemiska sammansättning gör dessa system till ovärderliga sonder in i processerna för galaxfödslar.

Alla stjärnor samlade i en klotformig stjärnhop delar en gemensam historia och skiljer sig enbart från varandra i massa. Därför är klotformiga stjärnhopar ideala platser att studera stjärnors evolution. I de följande uppgifterna kommer du bestämma några egenskaper hos en speciell klotformig stjärnhop, Messier 12.



**Figur 5: De yttre regionerna av den klotformiga stjärnhopen M12**

Denna tvåfärgsbild är konstruerad från observationer genom ett blått (B) och ett grönt (V) filter med ESOs Very Large Telescope (VLT). B-bilden visas i blått och V-bilden som rött i denna sammansatta bild. Några av stjärnorna är klart ljusare i B-bilden (ses som blåaktiga stjärnor) medan andra är ljusare i V-bilden (ses som gulaktiga stjärnor).



## Introduktion

### Den klotformiga stjärnhopen M12

Den klotformiga stjärnhopen Messier 12 (eller M12), också kallad NGC 6218, upptäcktes 1764 av Charles Messier och kom att bli det 12:e Messierobjektet. Likt många andra klotformiga stjärnhopar beskrev Messier denna som en "nebulosa utan stjärnor", en konsekvens av den låga upplösningsförmågan hos hans teleskop. William Herschel var den förste att upplösa hopen i enskilda stjärnor år 1783.

M12 ligger i stjärnbilden Ormbäraren (Op-hiuchus) och kan ses med en vanlig kikare på mörka platser. Den visuella magnituden av hela

den klotformiga stjärnhopen är 6,7 (läs om magnituder på sidan 2 i Astronomiska Verktyg) och den ljusstarkaste stjärnan i hopen har en visuell magnitud på 12.

NGC (New General Catalog) publicerades 1888. Den listar öppna och klotformiga stjärnhopar, diffusa och planetariska nebulosor, supernovarester, galaxer av alla typer och även några felaktiga noteringar som inte korresponderar till något objekt alls.

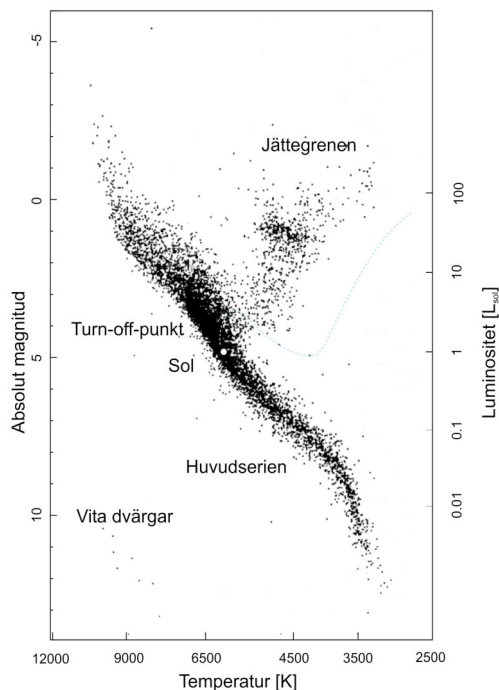
### Hertzsprung-Russell-diagrammet

Ett diagram som visar luminositeten  $L$  (eller den absoluta magnituden  $M$ ) mot yttemperaturen  $T$  för stjärnor kallas ett Hertzsprung-Russell-diagram (kort: H-R-diagram). Fig. 6 visar ett generellt exempel som är konstruerat från observationer av stjärnor i närliggande hopar där avstånden är kända (från HIPPARCOS mätningar). Yttemperaturen kan härledas från det uppmätta värdet på dess färg ( $m_B - m_V$ ) (se Astronomiska Verktyg).

Genom att titta på H-R-diagrammet är det klart att mätningarna av ( $L$ ,  $T$ ) för olika stjärnor bildar ett underligt mönster när de plottas i diagrammet. Stjärnorna koncentreras runt specifika områden (markerade i figuren). H-R-diagrammet är nyckeln till förståelsen om hur stjärnor utvecklas med tiden. Olika stjärnor kommer - beroende på sin massa - att flytta sig genom diagrammet längs specifika rutter.

### Stellär evolution i H-R-diagrammet

Stjärnor tillbringar den längsta tiden av sina liv på huvudserien och bränner sakta väte i en stabil jämvikt. Detta är uppenbart anledningen till att de flesta stjärnor ligger på huvudserien, en nästan rät linje från det övre vänstra till det nedra högra hörnet i diagrammet. När väteförrådet i stjärnans kärna tar slut är inte väteförbränning längre möjligt. Detta är slutet för stjärnans tid på huvudserien och jämvikten mellan gastryck och gravitationell kontraktion i stjärnans kärna är inte längre stabil. Vätefusion äger nu rum i ett omgivande skal medan kärnan börjar krympa. När kärnan kontraherar så ökar trycket och den centrala temperaturen så att heliumkärnor i kärnan börjar sammansmälta och



**Figur 6:** Ett Hertzsprung-Russell-diagram över närliggande stjärnor

H-R-diagrammet visar relationen mellan yttemperaturen och luminositeten hos stjärnorna. Notera den framträdande huvudserien och de olika regionerna där röda jättar och vita dvärgar dominerar. Platsen för solen är markerad och så även den rutt som en stjärna med en solmassa kommer följa under de olika faserna av sitt liv. Solens position i diagrammet är bestämd utifrån dess yttemperatur på 5800 K och dess absoluta magnitud på +4,8.





## Introduktion

bilda tyngre grundämnen. Denna cykel kan upprepas med tyngre och tyngre grundämnen allt eftersom de lättare tar slut i kärnan. Under denna fas av en stjärnas liv är den en röd jätte. Sådana stjärnor finns i H-R-diagrammet vid sidan av huvudserien upp mot höger hörn.

Högre central temperatur gör att stjärnans yttre skal expanderar och kyls ner och som en konsekvens sjunker yttemperaturen. Hela stjärnan blir väldigt stor och på grund av den lägre yttemperaturen sänder den ut det mesta av sitt ljus vid längre våglängder och blir därför röd.

Trots sin låga yttemperatur,  $T$ , har alla röda jättar en hög luminositet,  $L$ , på grund av sin stora radie,  $R$ . Detta kan ses i Stefan-Boltzmanns strålningslag för svartkroppsstrålning:

$$L = \sigma 4\pi R^2 T^4$$

där  $\sigma$  är Stefan-Boltzmanns konstant. Typiska värden för röda jättar är  $R \sim 10^2 R_{\text{sol}}$ ,  $T \sim (3..4) \cdot 10^3 \text{ K}$ , så  $L$  är runt  $10^3 L_{\text{sol}}$ .

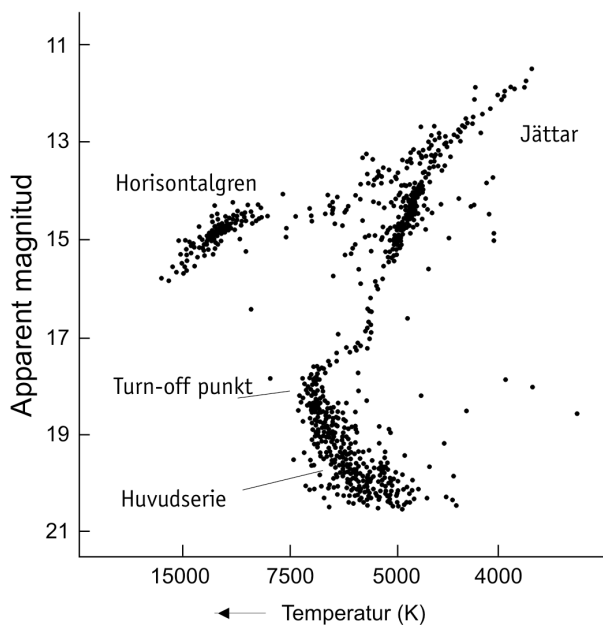
När de senare fusionsprocesserna i stjärnors kärnor inte längre kan upprätthållas, kollapsar kärnan igen. Åter igen ökar temperaturen i kärnan och nu kastas stjärnans yttre skal ut. En så kallad planetarisk nebulosa bildas från resterna av

stjärnans skal (se ESA/ESOs övning i astronomi 3). Den kollapsade kärnan är väldigt het (vit) och stjärnan är mycket liten. En sådan stjärna kallas mycket passande för vit dvärg och är det normala slutstadiet av en sol-lik stjärnas liv.

För att göra en grov uppskattning av relationen mellan luminositet,  $L$ , och yttemperatur,  $T$ , för alla huvudseriestjärnor så låt oss titta på huvudseriestjärnorna (fig. 6). Den nästan raka linjen som huvudserien utgör sträcker sig över ungefär en storleksordning i temperatur: ( $3 \times 10^3 \dots 3 \times 10^4$ ) K. Luminositeten sträcker sig över ungefär sex storleksordningar: ( $10^{-2} \dots 10^4 L_{\text{sol}}$ ). Vi kan därför grovt uppskatta att:  $L \propto T^6$  för huvudseriestjärnorna.

För att ge några exempel:

- En tung stjärna på huvudserien med en yttemperatur på runt  $T_{\text{stjärna}} = 1,0 \times 10^4 \text{ K}$  har en luminositet på ungefär  $L_{\text{stjärna}} = (10/5,8)^6 \cdot L_{\text{sol}}$  eller ungefär 26 gånger solens luminositet (solens luminositet har standardvärdet 1 på luminositetsskalan).
- En lätt stjärna med  $T_{\text{stjärna}} = 3,5 \times 10^3 \text{ K}$  har en luminositet på bara cirka 5% av solens luminositet.



**Figur 7: Typiskt Hertzsprung-Russell-diagram för en klotformig stjärnhop**

Efter miljardtals år av evolution visar en klotformig stjärnhops H-R-diagram en kort huvudserie (HS) i den nedre högra delen. Ett område som kallas Röda Jättegrenen börjar vid HS och sträcker sig mot det övre högra hörnet i diagrammet. Punkten där HS viker av och röda jättegrenen ansluter kallas Turn-off-punkt.



## Introduktion

### **B-V Färgindex: En ledtråd till yttemperaturen.**

All information som kan fås från en stjärna finns i den strålning vi får från den. Som förklarat i Astronomiska Verktyg kan olika filter och färgsystem användas för att mäta en stjärnas ljusstyrka. I denna övning använder vi en B-bild och en V-bild. I din analys av dessa bilder kommer du att ta reda på de apparenta magnituderna,  $m_B$  och  $m_V$ , för ett urval av stjärnor i hopen. Sen kan du beräkna värdet på  $m_B - m_V$  (färgindexet B-V). Slutligen kommer du kunna bestämma stjärnornas yttemperaturer (se Astronomiska Verktyg).

### **H-R-diagrammet är nyckeln till en hop**

En stjärnhop är en grupp av stjärnor. En hops liv bestäms av livet hos de olika typerna av stjärnor inom den.

Observationer av klotformiga stjärnhopar visar att det finns väldigt lite gas och stoft i dem och därför föds nya stjärnor sällan i en sådan hop. Stjärnorna vi ser i en klotformig stjärnhop är alla "vuxna" och har evolverat på olika sätt beroende på sin massa.

De flesta lätta stjärnorna befinner sig på huvudserien, på grund av att lätta stjärnor förbrukar sin energi väldigt långsamt. De förbränner lugnt sitt väte och kommer fortsätta att göra så i miljardtals år till. De kommer därför att stanna länge på huvudserien.

Tunga stjärnor i hopen har i motsats till lätta redan konverterat vätet i sina kärnor och blivit röda jättar. Detta händer för länge sedan så idag finns det inga heta stjärnor som fyller ut den övre delen av huvudserien (se fig. 7). Dessa stjärnor finns nu i det diagonala område som börjar vid huvudserien och sträcker sig mot det övre högra hörnet av diagrammet. Detta område kallas Jättegrenen.

Punkten där huvudserien och jättegrenen möts kallas turn-off-punkten och är en viktig ledtråd till hopens ålder. I de följande uppgifterna kommer du mäta koordinaterna för denna punkt i ditt diagram och bestämma åldern för M12.



## Uppgifter

### Observationer, datareduktion och analys

Den klotformiga stjärnhopen M12 studerades den 18 juni 1999 med FORS1 instrumentet på ANIU (UT1) på VLT vid ESOs observatorium i Paranal (Chile). Till denna övning har vi valt bilder av stjärnhopens yttre delar där antalet stjärnor är mindre. Exponeringarna togs genom ett blått filter (B-band) och genom ett grönt filter (V-band för visuellt).

För att observera och reducera data (processen då störningen från instrument och andra faktorer tas bort från datan) krävs stora teleskop och sofistikerade datorprogram. För astronomer börjar det intressanta — analyseringen av data — efter detta.

I denna övning har data redan samlats in och reducerats. Vi har förenklat analysen en aning genom att välja en grupp med stjärnor som kan anses representera populationen i hela stjärnhopen.

#### Tips för analysen av bilderna

För att analysera bilderna måste B och V magnituderna för varje stjärna mätas noga. Fel som görs i början av denna övning kommer att påverka de slutliga resultaten.

De 45 stjärnorna delas in i sex grupper:

**1** Fem stjärnor nr. 1 till 5 — "träningsstjärnor"

**2** Fyra stjärnor nr. 6 till 9 — "kalibreringsstjärnor"

**3-6** De återstående stjärnorna delas in i fyra grupper (A, B, C och D) för att reducera arbetet och ge tillräckligt med tid för noggranna mätningar.

För att göra mätningarna så noggranna som möjligt föreslår vi följande procedur:

- Sätt måttstock (se Fig. 8-9 nedan) på stjärnan och flytta den fram och tillbaks. Hitta punkterna där värdena är för höga och för låga. Placera sedan måttstocken i mitten mellan dessa värden och läs av. Upprepa detta några gånger och beräkna ett medelvärde.

- Låt olika personer i varje grupp mäta varje stjärna minst två gånger och beräkna medelvärdet för dessa mätningar.

- Mellan mätningarna upprepa träningen ovan för att förvissa dig om att de utförs konsistent på samma sätt.

#### Uppgift 1 B-band, träning

För träningsstjärnorna (nr. 1 till 5) är magnituderna givna i tabellen (Fig. 10).

- ? Använd dessa för att träna dig på att använda måttstocken genom att göra mätningar i B-bilden (Fig 8) och jämför dem med tabellen. Förvissa dig om att du får samma resultat.

#### Uppgift 2 B-band, kalibrering

Varje grupp skall göra kalibreringen (nr. 6-9) självständigt. Mätningarna kan sedan kalibreras med resultaten från andra grupper.

- ? Mät kalibreringsstjärnorna i B-bilden (Fig. 8). Lägg till dessa värden i tabellen och jämför resultaten med andra grupper. Om där finns skillnader, titta en gång till på dessa stjärnor och på träningsstjärnorna.

#### Uppgift 3 B-band, magnituder

- ? Mät den blå magnituden ( $m_B$ ) för varje märkt stjärna i ytan som du tilldelats (A, B, C eller D) i Fig. 8 och lägg till mätningarna i tabellen.

#### Uppgift 4 V-band, träning

- ? Öva genom att göra mätningar i V-bilden (Fig. 9) och jämför med de som är givna i tabellen. Förvissa dig om att resultaten är desamma.

#### Uppgift 5 V-band, kalibrering

- ? Mät kalibreringsstjärnorna i V-bilden (Fig. 9), skriv in i tabellen och jämför resultaten med andra grupper. Om där finns skillnader, titta på dessa stjärnor och på kalibreringsstjärnorna igen.



## Uppgifter

### Uppgift 6 V-band, magnituder

- Mät den gröna magnituden ( $m_V$ ) för varje märkt stjärna i ytan som du tilldelats (A, B, C eller D) i Fig. 9 och lägg till mätningarna i tabellen.

### Uppgift 7 Färgindex

- Beräkna värdet på  $m_B - m_V$  för varje stjärna och för in resultatet i tabellen.

### Uppgift 8 Yttemperaturer

- Använd diagrammet, Fig 3 i "Astronomiska Verktyg", för att omvandla värdena på  $m_B - m_V$  till yttemperaturer,  $T$ , för stjärnorna och lägg till resultatet i tabellen.

### Uppgift 9 H-R-diagrammet

Huvudserien för stjärnhopen Hyaderna har plottats som referens i diagrammet (Fig. 10). Observera att den absoluta magnituden,  $M_V$ , har mätts för Hyaderna.

- Plotta den apparenta magnituden ( $m_V$ ) mot den beräknade yttemperaturen ( $T$ ) tillhörande M12 stjärnorna i samma diagram.

### Uppgift 10 Huvudserieanpassning: Avståndsmodul

För stjärnorna i M12 känner vi nu ( $m_V$ ,  $T$ ) och från Hyades mätningarna känner vi ( $M_V$ ,  $T$ ) för en standard huvudserie. Avståndsmodulen (se "Astronomiska Verktyg") för M12 är förskjutningen längs den vertikala axeln mellan de två plottade huvudserierna.

- Beräkna avståndsmodulen  $m_V - M_V$  för M12.

### Uppgift 11 Avståndet till M12

- Använd avståndsmodulen och avståndsekvationen (se "Astronomiska Verktyg") för att bestämma avståndet  $D$  till M12.

### Uppgift 12 Extinktionskorrektion

Avståndet du precis har beräknat är inte helt korrekt eftersom vår galax innehåller mycket gas

och stoft som försvagar det stjärnljus som passerar genom detta. Stoff och gas färgar också stjärnljuset rött genom en process som kallas Rayleigh-spridning (som är mest effektiv vid korta våglängder, dvs. blått ljus). Dessa två processer går under namnet "interstellär extinktion".

Vi vill att du korrigerar för en del av den påverkan som extinktionen gör på stjärnljuset (den gör magnituden av de observerade stjärnorna för hög och därför blir det beräknade avståndet för stort)<sup>1</sup>. Den korrigerade avståndsmodulen  $m - M$  är:

$$m - M - A,$$

där  $A$  är en korrektionsfaktor för extinktionen. Detta förändrar avståndsekvationen något:

$$D = 10^{(m - M - A + 5)/5}$$

För M12 har  $A$  bestämts till 0,57 magnituder (i V-bandet, vilket vi använder för att bestämma  $m - M$ ) av Harris et al.

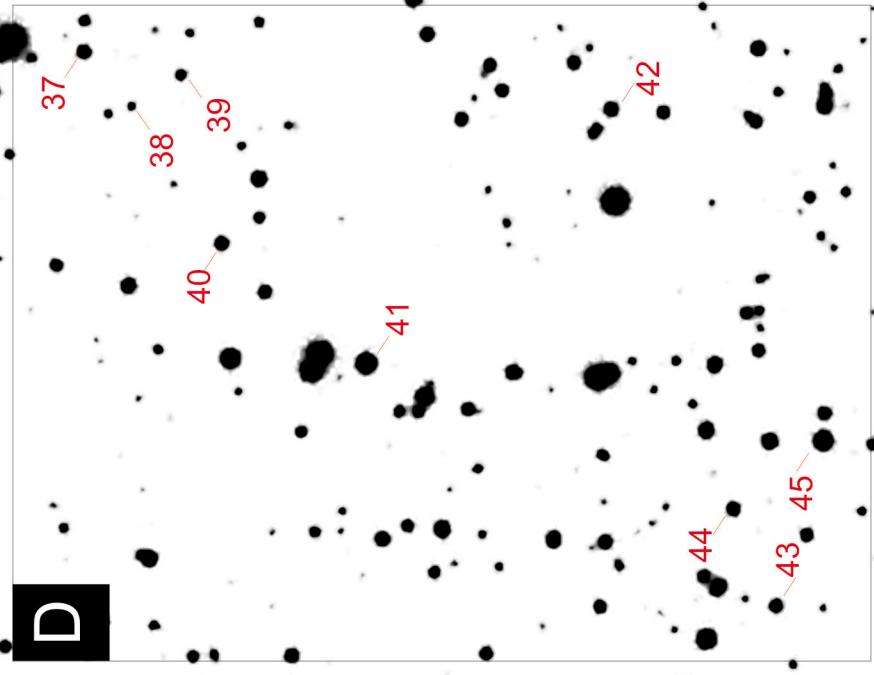
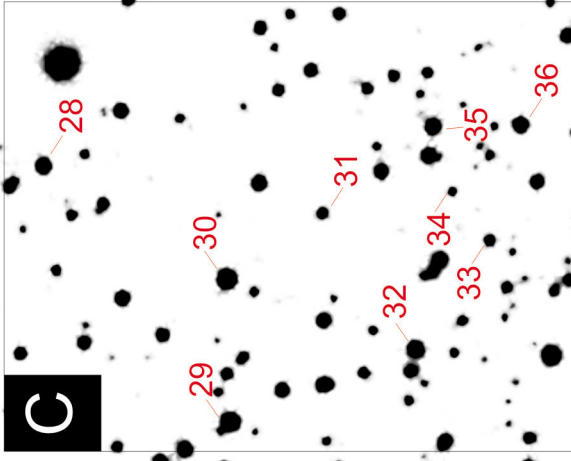
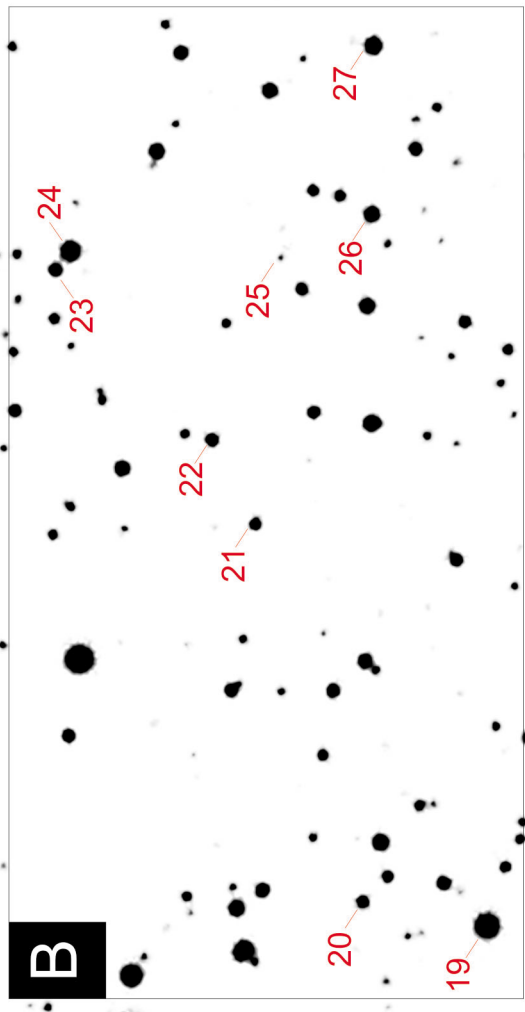
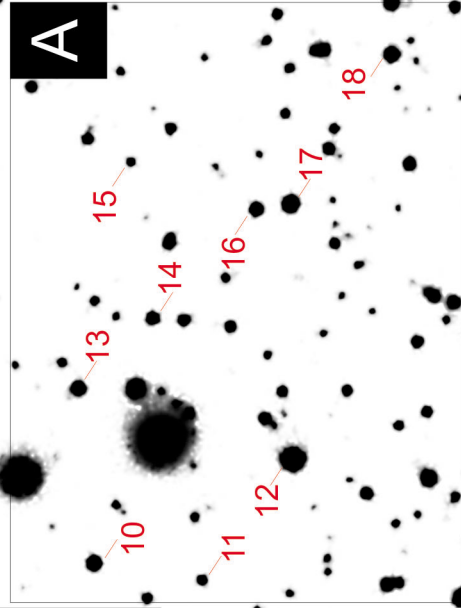
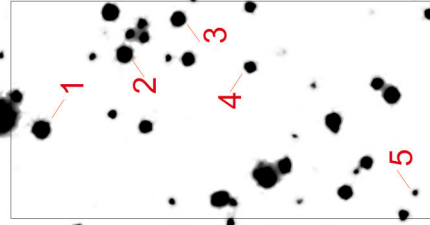
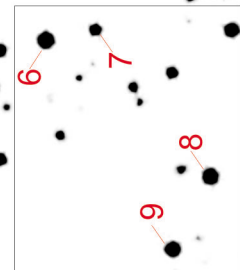
- Beräkna det nya avståndet med korrigeringen för interstellär extinktion.
- Skiljer sig det korrigerade avståndet från det okorrigerade i uppgift 11?
- Diskutera skillnaderna och vad denna korrektion (en av många som astronomer använder dagligen) innebär för vår förståelse om storleken på Universum.

### Uppgift 13

Vetenskapsmän har tidigare beräknat avståndet till stjärnhopen till  $D = 4900$  parsec med den ursprungliga mycket större datamängden. Om ditt svar skiljer sig med mindre än 20% från detta värde har du gjort mycket noggranna mätningar, goda beräkningar och du kan vara mycket stolt över ditt resultat!

<sup>1</sup> Detta är som tidigare nämnts en förenkling eftersom där också finns en liten påverkan från extinktionen på B-V termen.

**B**



1-5 Träning  
6-9 Kalibrering  
10-18 Del A  
19-27 Del B  
28-36 Del C  
37-45 Del D

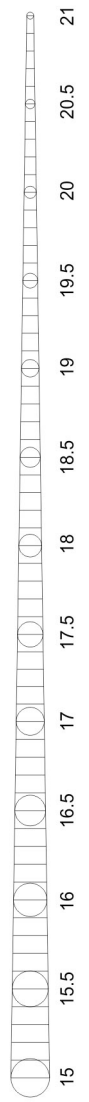
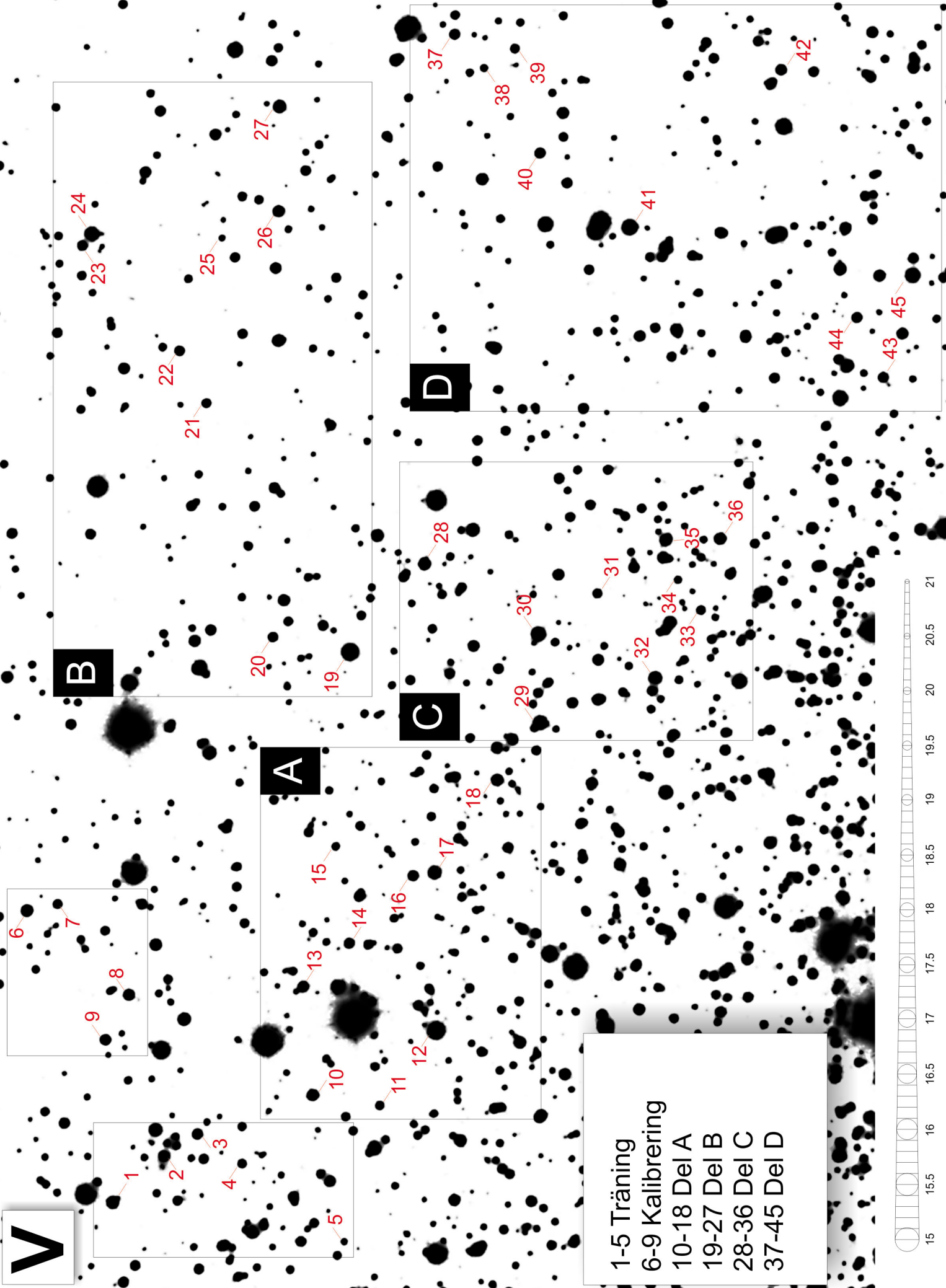


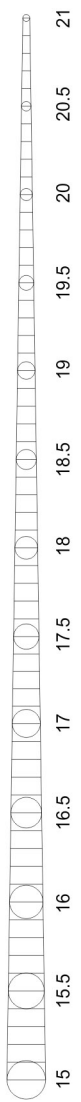
Figure 8: Bilden på B-Bandet

# V

Figur 9: Bilden av V-Bande



- 1-5 Träning
- 6-9 Kalibrering
- 10-18 Del A
- 19-27 Del B
- 28-36 Del C
- 37-45 Del D





# Uppgifter

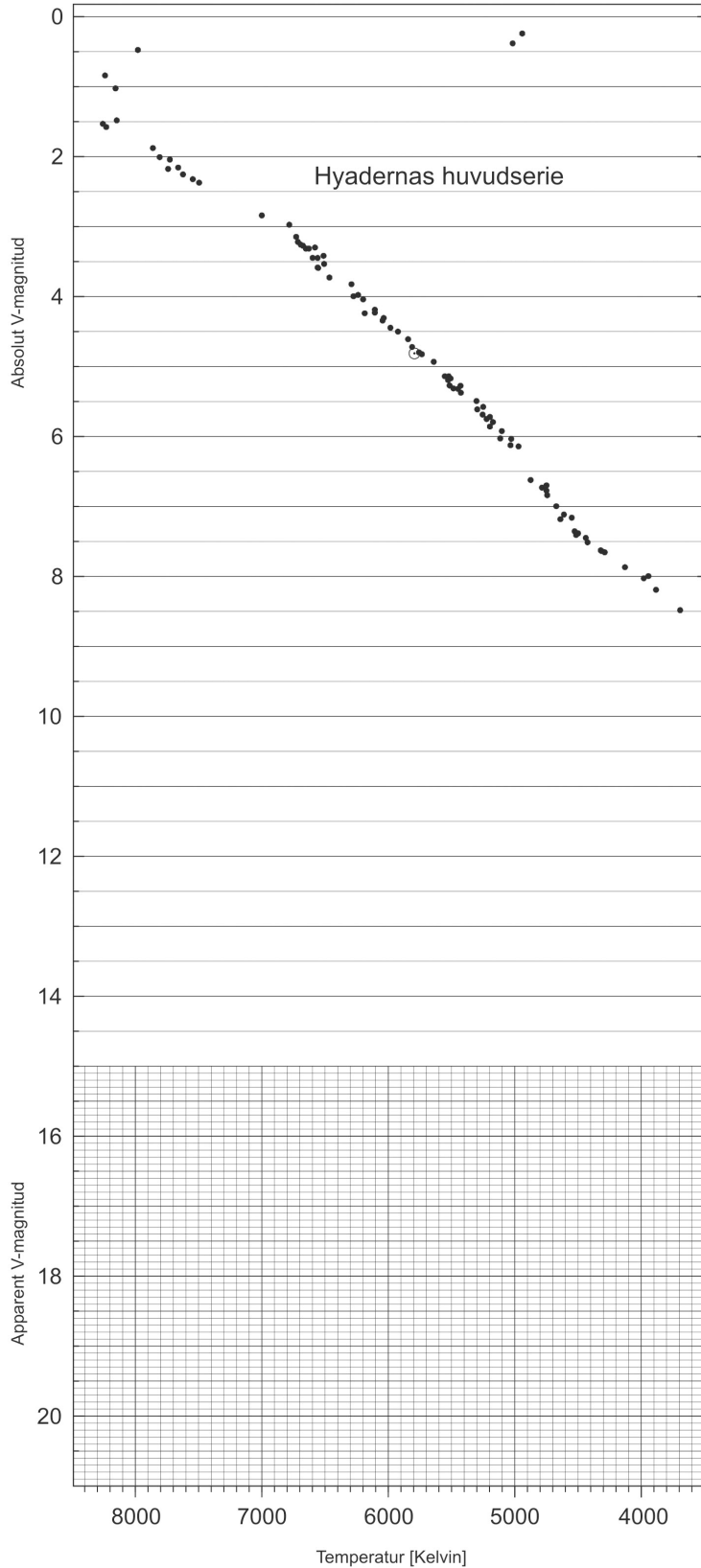
Figur 10: Värdetabell

Stjär- na	Forskarens värde				ESA/ESO's mätningar/beräkningar			
	B	V	B-V	T	B	V	B-V	T
1	18,82	17,98	0,84	5250	18,70	17,90	0,8	5403
2	19,02	18,31	0,71	5744	19,00	18,20	0,8	5403
3	19,32	18,65	0,67	5864	19,30	18,70	0,6	6122
4	19,96	19,25	0,71	5699	19,90	19,10	0,8	5403
5	21,05	20,21	0,84	5265	21,00	20,10	0,9	5076
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								
35								
36								
37								
38								
39								
40								
41								
42								
43								
44								
45								



# Uppgifter

Uppgifter



**Figur 11: Diagram för plottning**

Resultatet av mätningarna i uppgift 1-9 ska plottas här. Den kalibrerade huvudserien för Hyaderna är tagen från ESAs satellit HIPPARCOS (från de Bruijne et al., 2001).





## Uppgifter

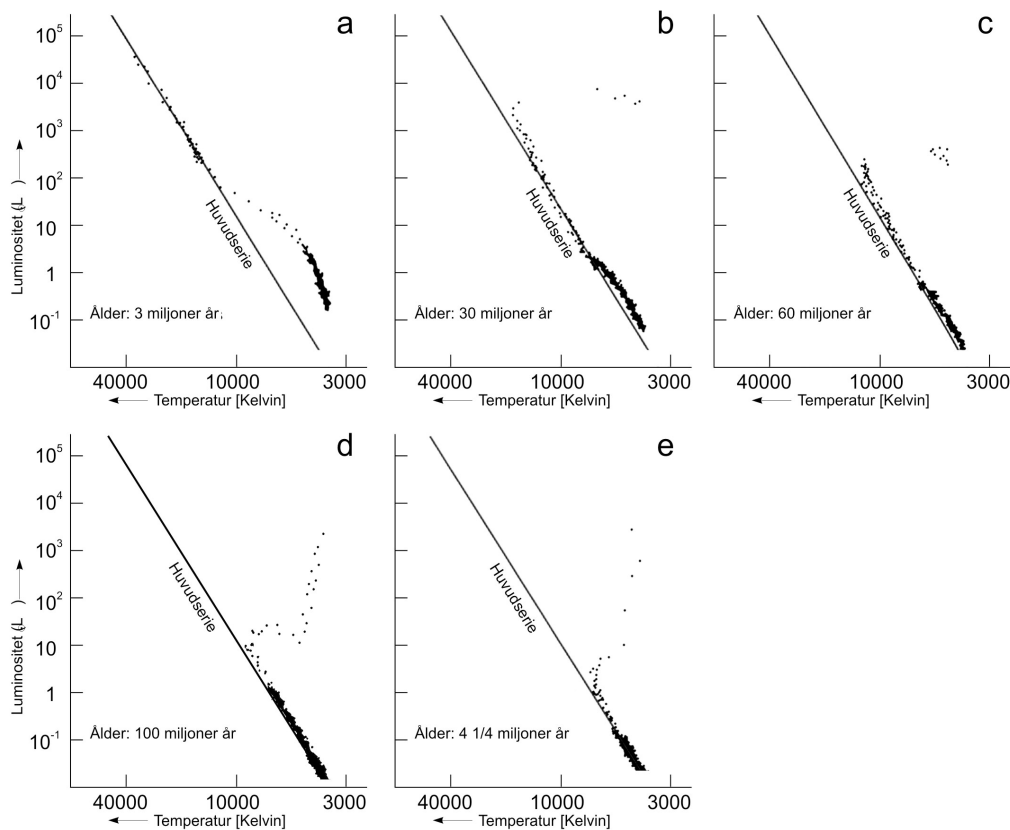
Om ditt resultat har större fel kan det finnas flera skäl till detta. Några orsaker kan vara:

- Är dina mätningar av magnituderna tillräckligt noggranna?
- Kan du komma på någon mer sofistikerad metod för reducering av data och passning till huvudserien?

- Finns det andra sätt att förbättra dina resultat?

### Utvecklingen av klotformiga stjärnhopar

Formen på huvudserien är i stort sett samma för alla klotformiga stjärnhopar, oavsett deras ålder. Den metod som används ovan för att anpassa huvudserien kan också användas för andra



**Figur 12: Utvecklingen av en teoretisk stjärnhop**

Denna serie av H-R diagram har skapats genom att beräkna hur ekvationerna för klotformade stjärnhopar påverkar en grupp stjärnor med tiden.

I 12a ligger de största och mest ljusstarka stjärnorna längs huvudserien ( $T > 10000\text{K}$ ) medan de mindre stjärnorna fortfarande är i inledningsskedet av väteförbränningen (låg temperatur, låg luminositet).

I 12b har de största stjärnorna förbrukat det mesta av vätet i kärnan och förbränningen fortsätter i ett yttre skal. Deras luminositet minskar och de blir rödare, de har rört sig bort från huvudserien, jättegrenen uppstår och turn-off-punkten blir synlig. Stjärnor som inte är heta och luminösa är kvar i den övre delen av huvudserien.

I 12c-e är den övre delen av huvudserien i stort sett övergiven, medan populationen i jättegrenen har ökat. Nedre delen av huvudserien visar en stor population av stjärnor med massor nära solens och yttemperaturer mellan  $4000\text{K}$  och  $8000\text{K}$ . Dessa stjärnor kommer att vara i denna fas i ytterligare miljardtals år (omarbetat från R. Kippenhahn).



## Uppgifter

stjärnhopar med annan ålder för att bestämma deras avstånd.

Emellertid visar observationer av olika H-R diagram för olika stjärnhopar att den övre delen av huvudserien ändrar form beroende på stjärnhopens ålder (se Fig. 12). I äldre stjärnhopar har de mest luminösa stjärnorna utvecklats och rört sig till jättegrenen. Detta resulterar i att den övre delen av huvudserien blir kortare och kopplingen mellan huvudserien och jättegrenen (turn-off-punkten) rör sig nedåt, liknande ett ljus som brinner.

Därför måste vi tillägga att turn-off-punkts position är en viktig ledtråd för att bestämma stjärnhopens ålder.

### Uppgift 14 Turn-off-punkten: från magnituder till luminositet

- ?
- Bestäm den apparenta magnituden för en stjärna vid turn-off-punkten för M12. Beräkna luminositeten för denna stjärna relativt solens luminositet genom att använda formeln som ges i Astronomiska Verktyg.

#### Turn-off-punkt: från luminositet till massa

När luminositeten är känd kan vi bestämma massan på stjärnan genom att använda mass-luminositetsrelationen. För stjärnor på huvudserien finns det en observerad korrelation mellan massa och luminositet, där luminositet och massa uttrycks relativt värdena för solen ( $L_{\text{sol}} = 4 \times 10^{26}$  W,  $M_{\text{sol}} = 2 \times 10^{30}$  kg):

$$L = M^{3,8}$$

### Uppgift 15

- ?
- Omvandla den i uppgift 14 härledda luminositeten till en massa relativt solens massa.

### Turn-off-punkt: från massa till ålder

Livstiden  $t$  av en stjärnas huvudseriefas beror på dess luminositet och massa.

- En stjärna med högre luminositet förbränner mer väte varje sekund än en stjärna med låg luminositet. Alltså minskar massan hos en stjärna med hög luminositet snabbare än en stjärna med låg luminositet och ju lägre luminositet desto längre kan stjärnan brinna.
- För två stjärnor med olika massa har den tyngre mer material att förbränna, så vi ser att stjärnans livstid är direkt proportionell mot dess massa och omvänt proportionell mot dess luminositet.

Genom att använda mass-luminositetsrelationen finner vi livstiden som funktion av massan:

$$t \propto M^{-2,8}$$

### Uppgift 16

- ?
- Ta massan härledd i uppgift 15 och uppskatta åldern av den klotformiga stjärnhopen relativt till solens uppskattade ålder när den kommer lämna huvudserien,  $8,2 \times 10^9$  år.

Som slutsats kan sägas att hela Universum måste vara äldre än åldern framräknad i uppgift 16.

### Bestämning av diametern

För att bestämma M12 diameter behöver vi veta dess vinkeldiameter. I fig. 13 ser man att det finns många stjärnor i hopens centrum. Diskutera vilka stjärnor som tillhör de yttre delarna av hopen.



## Extrauppgifter



Figur 13: Överblicksbild av en klotformig stjärnhop

Denna bild visar M12. Varje sida av bilden motsvarar 0,25 grader (från Digitized Sky Survey).

### Uppgift 17

- Mät vinkeldiametern,  $a$ , på M12 i centimeter och konvertera värdet till radianer (se "Matematiska Verktyg").
- Beräkna sedan diametern,  $d$  (se approximationen för små vinklar på sidan 8 i "Matematiska Verktyg").

Som avstånd kan du antingen använda det du själv har fått fram eller forskarnas värde på

$D=4900$  parsec.

#### Bestämning av det totala antalet stjärnor

För att uppskatta det totala antalet stjärnor,  $N$ , i den klotformiga stjärnhopen måste vi göra några antaganden:

1. Hopen består av en blandning av alla typer av stjärnor men vi antar att medelstjärnan är sol-lik, det vill säga att en stjärnas absoluta magnitud är densamma som solens.
2. Vi antar att varje stjärna bidrar till den tota-



## Extrauppgifter

la luminositeten på hela hopen. I verkligheten skymmer stoft och andra stjärnor helt eller delvis en del andra stjärnor.

### Uppgift 18

M12s absoluta magnitud är

$$M_{\text{hop}} = -7,32$$

Hopens totala luminositet mätt i mått av solens luminositet beräknas från

$$L_{\text{hop}}/L_{\text{sol}} = 2,512^{(M_{\text{sol}} - M_{\text{hop}})}$$

Kom ihåg:  $M_{\text{sol}} = 4,8$ .

Eftersom  $L_{\text{hop}} \approx N \times L_{\text{sol}}$  och genom att använda antagande 1, är värdet på  $L_{\text{hop}}/L_{\text{sol}}$  lika med  $N$ . På grund av antagande 2 kan vi emellertid förvänta oss att det riktiga värdet av  $N$  är lite högre än  $L_{\text{hop}}/L_{\text{sol}}$ .



## Ytterligare läsning

### Vetenskapliga artiklar

- de Bruijne, J.H.J., Hoogerneerf, R., and de Zeeuw, P.T., 2001, *A&A*, 367, 111–147: *A Hipparcos study of the Hyades open cluster.*
- Cragin, M., Lucyk, J., Rappaport, B.: *The Deep Sky Field Guide to Uranometria 2000.0*, 1993-96, Willmann-Bell, Inc.
- Harris, W.E.: *Catalog of parameters for Milky Way Globular Clusters*, Revised: June 1999 (<http://physun.mcmaster.ca/~harris/mwgc.dat>)
- Rosenberg, A., Saviane, I., Piotto, G., Aparicio, A., 1999, *AJ*, 118, 2306–2320: *Galactic Globular Cluster Relative Ages*
- Chaboyer, B., Demarque, P., Sarajedini, A., 1996, *ApJ*, 459–558: *Globular Cluster Ages and the Formation of the Galactic Halo*

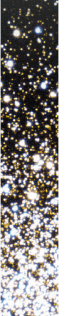
Läs mer om interstellär extinktion på:

<http://www.astro.virginia.edu/class/hawley/astr124/ism.html>

<http://tesla.phys.unm.edu/a111labs/cepheids/mags.html#Red>

Se även länkar på:

<http://www.astroex.org/>





## Colophon



**EUROPEAN SOUTHERN OBSERVATORY**  
Education and Public Relations Service

**ESA/ESO's övningsserie i astronomi**  
**Övning 4: Mätning av en klotformig stjärnhops**  
**avstånd och ålder**  
**2<sup>a</sup> upplagan (23.05.2002)**

Producerad av:

Hubble European Space Agency Information Centre  
och European Southern Observatory:  
<http://www.astroex.org>  
(Pdf-versioner av detta material och relaterade  
internetlänkar finns på denna adress)

Postadress:

European Southern Observatory  
Karl-Schwarzschild-Str. 2  
D-85748 Garching bei München  
Tyskland

Telefon: +49 89 3200 6306 (eller 3200 60)  
Fax: +49 89 3200 64 80 (eller 320 32 62)  
E-mail: [info@astroex.org](mailto:info@astroex.org)

Text av:

Artraud Bacher, Jean-Marc Brauer, Rainer Gaitzsch,  
och Lars Lindberg Christensen

Grafik och layout:

Martin Kornmesser

Översättning:

Martin Lundqvist

Svensk Korrekturläsning:

Britt Sjöberg

Koordination:

Lars Lindberg Christensen och Richard West

Varma tack till Jesper Sollerman för reduktionen av originaldatan, till Nina Troelsgaard Jensen, Frederiksberg Seminarium, för kommentarer, och till Jos de Bruijne för att han delat med sig av sin magnifika Hipparcos-data. Och vi vill också tacka de många människor som förbättrade den andra versionen av denna övning: Anne Vørnholt Olesen, Ole Hjort Rasmussen, Helle och Henrik Stub, Danmark; Johann Penzl, Tyskland; Thibaut Plisson, USA; Marina Rejkuba och Manuela Zoccali, ESO.



## Lärarens Guide

### Kort sammanfattning

Vi mäter blå ( $m_B$ ) och gröna ( $m_V$ ) magnituder av utvalda stjärnor i de yttre regionerna av en klotformig stjärnhop visad i bilder från VLT. Vi konverterar ( $m_B - m_V$ ) till stjärnornas yttemperaturer ( $T$ ) och plottar  $m_V$  som funktion av  $T$  i ett Hertzsprung-Russell-diagram. Hopens huvudserie som ses i det plottade diagrammet jämförs med en avståndskalibrerad standardhuvudserie från den närliggande hopen Hyaderna. Avståndet till hopen kan bestämmas genom huvudserieanpassning och användning av avståndsmodulen. Hopens ålder, som råkar sammanfalla med en lägre gräns på Universums ålder, kan uppskattas från positionen på turn-off-punkten på huvudserien.

Denna lärarguide innehåller lösningar till problemen tillsammans med kommentarer och diskussioner om gjorda approximationer och förenklingar och även ett ytterligare betraktande om stjärnors livscyklar. Målet är att maximera användbarheten av övningarna och assistera läraren under förberedelserna.

### Mer om stjärnors liv

En stjärnas livstid är den tid som den stannar på huvudserien. Vi uppskattar solens livstid och sen en stjärnas livstid i förhållande till solens.

En protostjärna formas från interstellär materia. Normalt består denna materia av 74% väte, 25% helium och 1% tunga grundämnen.

När den inre temperaturen i en protostjärna når ett antal miljoner kelvin kan den börja förbränna väte och blir en huvudseriestjärna.

Fyra vätekärnor sammansmälter och bildar en heliumkärna. Eftersom massan av en heliumkärna bara är 99,3% av massan hos fyra vätekärnor konverteras den resterande massan (0,7%) till energi.

För varje kilo stjärnmateria konverteras 0,007 kg till energi. Från Einsteins lag ( $E=Mc^2$ ) kan vi beräkna den konverterade energin till  $6,3 \times 10^{14}$  J/kg. ( $c$  är ljushastigheten,  $3 \times 10^8$  m/s).

Solens luminositet är  $L_{\text{sol}} = 3,85 \times 10^{26}$  W ( $W = \text{J/s}$ ). Från detta beräknar vi massan av väte som förbränns varje sekund:

$$\Delta M = 3,85 \times 10^{26} / (6,3 \times 10^{14}) = 6,11 \times 10^{11} \text{ kg/s}$$

Stjärnan kommer att lämna huvudserien när ungefär 11% av vätemassan är uppbränd eftersom kärnan då blir instabil.

Om vi tar solens totala massa  $M_{\text{sol}} = 2,0 \times 10^{30}$  kg kan vi uppskatta massan på det väte som är möjligt att förbränna under stjärnans livstid:

$$0,11 \times 0,74 \times 2 \times 10^{30} = 1,6 \times 10^{29} \text{ kg.}$$

Genom att dela massan med massförlusten per sekund kan vi uppskatta solens totala livstid på huvudserien till:

$$2,6 \times 10^{17} \text{ s} = 8,2 \times 10^9 \text{ år, } 1 \text{ år} = 365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s} = 3,15 \times 10^7 \text{ s (eller mer än 8 miljarder år).}$$

Observationer av solen visar att den är ungefär 4 miljarder år gammal, så att man kan förvänta sig att den ska finnas kvar på huvudserien i ytterligare 4 miljarder år.

När vi vet solens livstid kan vi beräkna livstiden av vilken stjärna som helst mätt i solens livslängd. En stjärnas livstid beror på dess massa. Vi kommer att förenkla de komplexa argumenten för att få en enkel men användbar formel:

Förrådet av väte som en stjärna har är proportionellt mot dess massa och  $t$  är omvänt proportionellt mot dess luminositet så:  $t \propto M/L$



## Lärarens Guide

Hastigheten med vilken en stjärna gör sig av med sin energi ökar kraftigt med dess massa. Experimentella resultat för huvudseriestjärnor ges ungefär av:  $L = M^{3,8}$ , den så kallade mass-luminositetsrelationen. Exponenten 3,8 är en kompromiss. Den kommer av den approximativa genomsnittet av stjärnmassor (0,5 ... 10)  $M_{\text{sol}}$ .

Så i slutsatsen vi drar (approximativt):  $t \propto M/L = M/M^{3,8} = M^{-2,8}$ ; ser vi att tunga stjärnor evolverar mycket snabbare än solen och lättare stjärnor saktare.

Några exempel:

En tung stjärna med ungefär 10 solmassor kommer ha en livstid på ungefär  $t=0,0016 t_{\text{sol}}$ , eller ungefär 13 miljoner år.

En lätt stjärna med ungefär 0,6 solmassor kommer ha en livstid på ungefär  $t=4,2 t_{\text{sol}}$  eller 34 miljarder år. Detta är en mycket högre ålder än Universums egen ålder, därför har ingen lätt stjärna i Universum ännu lämnat huvudserien.

### Urval av stjärnor

Den klotformiga stjärnhopen M12 innehåller ungefär 150.000 stjärnor. Bilden använd i denna övning togs med FORS1 vid ANIU (UT1 av VLT). Den täcker endast en liten del av de yttre regionerna av hopen, valda för att undvika de tätaste delarna av hopen där stjärnorna verkar överlappa varandra. Vi har valt 45 stjärnor som är representativa för hopens population. Storleken på detta urval betyder att arbetsbelastningen på studenterna är rimlig och att deras mätningar kommer vara jämförbara med vetenskapliga resultat som är baserade på ett mycket större urval av stjärnor. En bild på M12 tagen från Digitized Sky Survey (DSS) används för extrauppgifterna.

### Analys av bilden

Vi föreslår att varje grupp använder en overhead med måttstocken på. Vi har inkluderat måttstocken på varje bild så det går att kontrollera att inte kopieringen har ändrat skalan och studenterna bör kontrollera att deras genomsnittliga måttstock stämmer överens med den på bilderna.

Vi föreslår att arbetet delas upp mellan olika grupper av studenter och vi har delat upp bilderna i sex delar (träning, kalibrering, A, B, C och D). Magnituderna är givna för de fem träningsstjärnorna. Dess stjärnor kan användas för att öva i att använda måttstocken och få riktiga och repeterbara resultat. De fyra kalibreringsstjärnorna kan sen mätas av varje grupp och användas för att kalibrera mätningarna mellan grupperna.

För att reducera felen föreslår vi att varje stjärna ska mätas två gånger av varje grupp och att ett medelvärde tas.

Det är väldigt viktigt att öva med måttstocken innan man börjar med de riktiga mätningarna. Att göra mätningarna är inte bara att placera måttstocken över bilden utan en stjärna med magnituden 18,5 ska vara helt inom den rätta cirkeln och bakgrundshimlen ska bara precis röra vid kanten. Studenterna ska mäta varje stjärna på detta viset. Om mätningarna hela tiden är över eller under det rätta värdet kan en korrektion göras genom att addera eller subtrahera en passande konstant.

Fig. 3 i Astronomiska Verktyg används för att konvertera färgindexet B-V till temperatur. Ett set av tabeller som kan skrivas ut finns med men användandet av kalkylprogram (till exempel Excel) rekommenderas för att förenkla beräkningarna och visningen av B-V färgindex.

### Uppgift 1-8

Forskarnas och även våra egna mätningar finns i en tabell (se fig. 1).





## Lärarens Guide

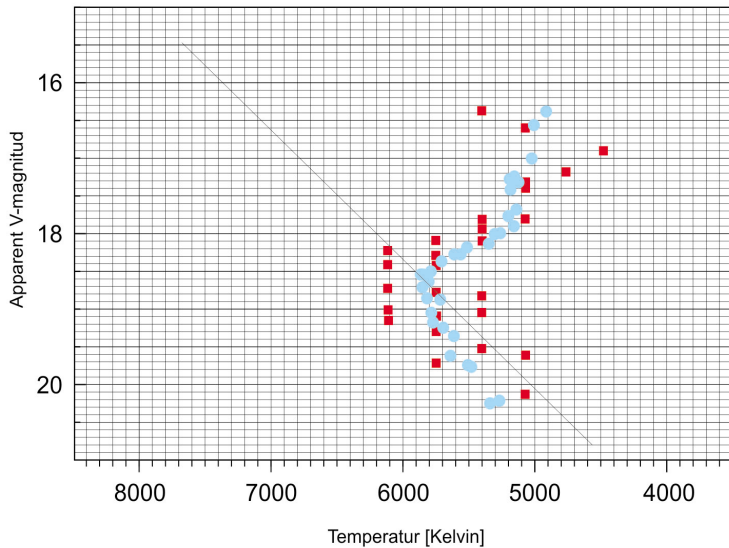
Stjär- na	Forskarens värde				ESA/ESO's mätningar/beräkningar			
	B	V	B-V	T	B	V	B-V	T
1	18,82	17,98	0,84	5250	18,70	17,90	0,8	5403
2	19,02	18,31	0,71	5744	19,00	18,20	0,8	5403
3	19,32	18,65	0,67	5864	19,30	18,70	0,6	6122
4	19,96	19,25	0,71	5699	19,90	19,10	0,8	5403
5	21,05	20,21	0,84	5265	21,00	20,10	0,9	5076
6	18,94	18,12	0,82	5348	19,00	18,20	0,8	5403
7	19,80	19,10	0,70	5757	19,80	19,20	0,6	6122
8	19,06	18,34	0,72	5702	19,00	18,40	0,6	6122
9	19,20	18,53	0,67	5844	19,10	18,50	0,6	5122
10	18,99	18,25	0,74	5614	19,00	18,20	0,8	5403
11	20,07	19,34	0,73	5620	20,10	19,40	0,7	5751
12	17,32	16,37	0,95	4918	17,20	16,40	0,8	5403
13	19,18	18,52	0,66	5884	19,10	18,50	0,6	6122
14	19,53	18,83	0,70	5722	19,60	18,80	0,8	5403
15	20,33	19,60	0,73	5639	20,30	19,50	0,8	5403
16	19,31	18,62	0,69	5792	19,30	18,60	0,7	5751
17	18,57	17,69	0,88	5140	18,70	17,80	0,9	5076
18	18,95	18,15	0,80	5405	18,90	18,10	0,8	5403
19	17,48	16,56	0,92	5012	17,50	16,60	0,9	5076
20	19,66	18,96	0,70	5738	19,60	18,80	0,8	5403
21	19,77	19,08	0,69	5792	19,80	19,00	0,8	5403
22	19,52	18,84	0,68	5818	19,50	18,80	0,7	5751
23	19,50	18,79	0,71	5734	19,50	18,90	0,6	6122
24	18,23	17,34	0,89	5122	18,30	17,40	0,9	5076
25	21,08	20,26	0,82	5345	21,10	20,20	0,9	5076
26	19,04	18,28	0,76	5552	18,90	18,20	0,7	5751
27	18,76	17,89	0,87	5160	18,80	18,10	0,7	5751
28	18,88	18,05	0,83	5309	18,90	18,10	0,8	5403
29	18,27	17,40	0,87	5183	18,30	17,40	0,9	5076
30	18,14	17,28	0,86	5189	18,20	17,30	0,9	5076
31	19,84	19,14	0,70	5783	19,80	19,10	0,7	5751
32	18,62	17,76	0,86	5197	18,60	17,80	0,8	5403
33	19,92	19,22	0,70	5725	19,90	19,20	0,7	5751
34	20,53	19,75	0,78	5487	20,40	19,70	0,7	5751
35	18,82	17,99	0,83	5300	18,80	18,00	0,8	5403
36	18,95	18,19	0,76	5511	18,80	18,20	0,6	6122
37	19,33	18,65	0,68	5812	19,30	18,70	0,6	6122
38	20,53	19,76	0,77	5502	20,50	19,60	0,9	5076
39	19,92	19,21	0,71	5734	19,90	19,20	0,7	5751
40	19,29	18,62	0,67	5861	19,30	18,70	0,6	6122
41	17,91	17,00	0,91	5026	18,00	16,90	1,1	4479
42	19,19	18,50	0,69	5789	19,20	18,50	0,7	5751
43	19,42	18,74	0,68	5831	19,30	18,70	0,6	6122
44	19,36	18,69	0,67	5841	19,30	18,70	0,6	6122
45	18,12	17,24	0,88	5145	18,20	17,20	1,0	4768

Figur 1: Lösningar till uppgift 1 till 8

Tabellen ger stjärnornas nummer och forskarnas värden på B, V, B-V. Våra egna mätningar är också indikerade.



## Lärarens Guide



**Figur 2: Hertzsprung-Russell-diagram av M12**  
Diagrammet visar våra mätningar (rött) tillsammans med forskarnas resultat (blått).

### Uppgift 9-13

Den nedre delen av diagrammet (fig. 3) är ganska kort och resultaten är väldigt känsliga för lutningen av den bäst passande linjen mellan datapunkterna. För att förenkla processen och undvika missvisande resultat antar vi att formen på huvudserien är ungefär densamma för alla stjärnhopar, oavsett ålder, och alltså att alla huvudserier är parallella. Därför kan vi använda lutningen av referenshuvudserien från Hyaderna som guide.

Värdet på  $D$  beror på positionen av huvudserie-linjen i diagrammet.

Harris ger  $m_V - M_V = 14,02$  för M12. Vi uppmätte **13,9**.

Harris ger värdet på  $D_{\text{hop}} = 4,9$  kpc. Detta värde är framtaget genom att inkludera den interstellära extinktionen mellan oss och M12 (0,57 magnituder) i avståndsekvationen för M12, så  $m - M = 5 \log D - 5 + 0,57$ .

Vi beräknar  $D = 10^{(m - M + 5)/5} = 10^{3,78} = \mathbf{6,026 \text{ kpc}}$  utan korrektion för interstellär extinktion och  $D = 10^{(m - M - 0,57 + 5)/5} = 10^{3,666} = \mathbf{4,634 \text{ kpc}}$  med korrektion för interstellär extinktion.

För de följande beräkningarna använder vi det extinktionskorrigerade avståndet, 4,634 kpc.

### Uppgift 14-16

I våra mätningar har en stjärna vid turn-off-punkten en apparent magnitud på **18,7**. Forskare har mätt turn-off-punkten att vara 18,3 (Rosenberg et.al.).

Vi beräknar nu

$$(L_{\text{hop}}/L_{\text{sol}}) = (D_{\text{hop}}/D_{\text{sol}})^2 \times (I_{\text{hop}}/I_{\text{sol}})$$

Beräkning av ration  $(I_{\text{hop}}/I_{\text{sol}})$ :

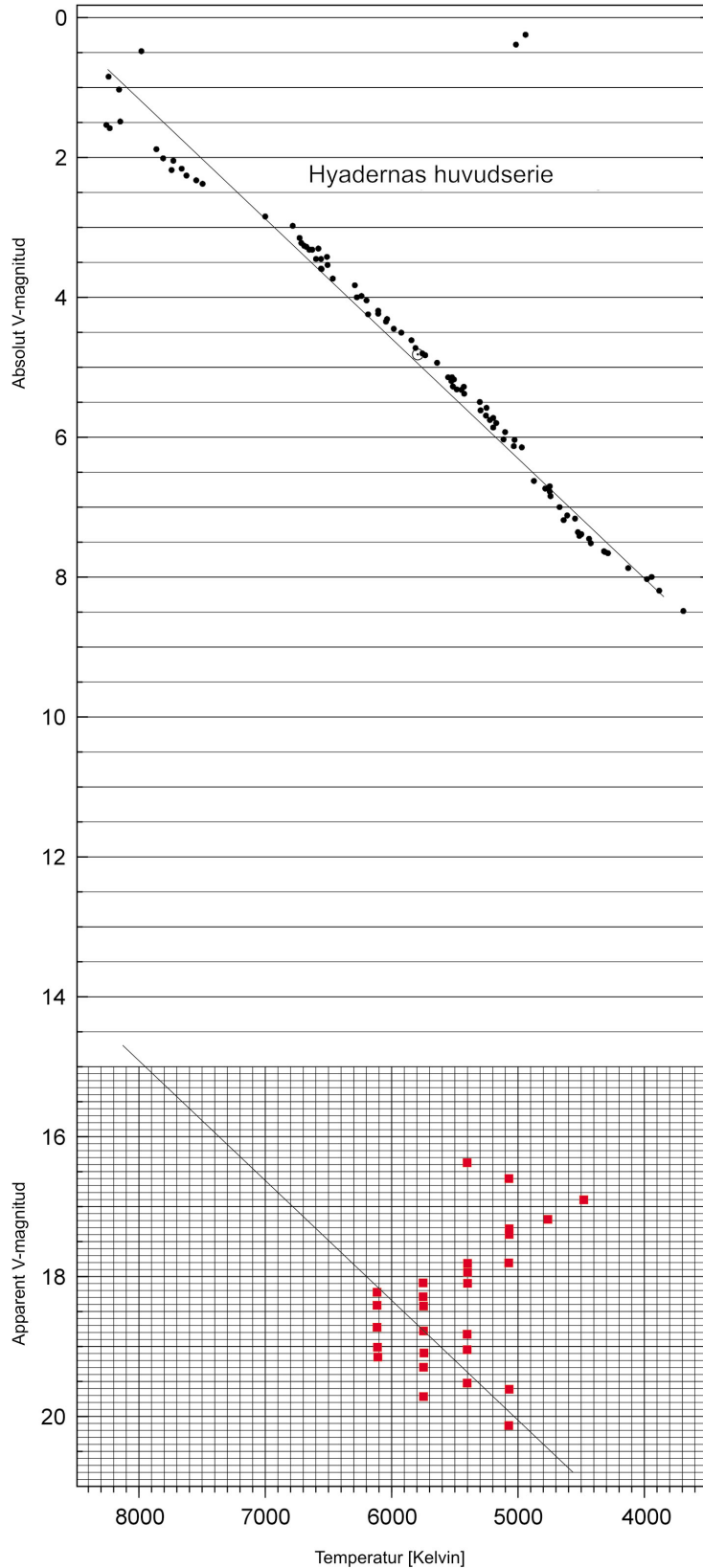
Eftersom  $I_{\text{sol}}$  är mycket större än  $I_{\text{cl}}$  blir ration ett väldigt litet tal så vi beräknar  $I_{\text{sol}}/I_{\text{hop}}$  och tar sen in-  
versen av värdet för de fortsatta beräkningarna

$$(I_{\text{sol}}/I_{\text{hop}}) = 10^{(m_{\text{hop}} - m_{\text{sol}})/2,5} = 10^{(18,7 - (-26,5))/2,5} = 10^{18,08} = 1,202 \times 10^{18}$$

så  $(I_{\text{hop}}/I_{\text{sol}}) = 8,318 \times 10^{-19}$



## Lärarens Guide



**Figure : Hertzsprung-Russell-diagram av M12 och stjärnhopen Hyaderna**  
Detta diagram inkluderar H-R diagrammet för Hyaderna (övre delen) tillsammans med det av M12, med författarens värden. Linjerna representerar interpolationen av stjärnorna på huvudserien.



## Lärarens Guide

Fortsatta beräkningar:

$$(D_{\text{hop}}/D_{\text{sol}}) = (4634 \times 3,086 \times 10^{13}) / 1,498 \times 10^8 = 9,559 \times 10^8$$

$$(L_{\text{hop}}/L_{\text{sol}}) = (D_{\text{hop}}/D_{\text{sol}})^2 \times (I_{\text{hop}}/I_{\text{sol}}) = (9,559 \times 10^8)^2 \times 8,318 \times 10^{-19} = \mathbf{0.76}$$

$$(M_{\text{hop}}/M_{\text{sol}}) = (L_{\text{hop}}/L_{\text{sol}})^{1/3,8} = \mathbf{0,93}$$

$$(t_{\text{hop}}/t_{\text{sol}}) = (M_{\text{hop}}/M_{\text{sol}})^{-2,8} = 1,224$$

$$t_{\text{hop}} = 1,224 \times t_{\text{sol}} = 1,224 \times 8,2 \times 10^9 = \mathbf{10 \times 10^9 \text{ år}}$$

En alternativ och något enklare metod för att bestämma hopars åldrar finns. Den är empirisk (baserad på mätningar) och därför mindre intuitiv. Den består av att applicera följande observerade relation:

$$M_V(T0) = 2,70 \log_{10}(t) + 1,41,$$

där  $M_V(T0)$  är den absoluta magnituden för turn-off-punkten och  $t$  hopens ålder i miljarder år. Eftersom

$$M_V(T0) = m_V(T0) - (m_V(T0) - M_V(T0)) = m_V(T0) - (m_V - M_V)$$

(avståndsmodule är densamma för hela hopen) får vi:

$$m_V(T0) - (m_V - M_V) = 2,7 \log(t) + 1,41,$$

vilket reduceras till:

$$t = 10^{[(m_V(T0) - (m_V - M_V)) - 1,41] / 2,7}$$

Resultatet från beräkningar av olika set av turn-off-magnitud och avstånd genom att använda den först föreslagna metoden och genom att använda den andra föreslagna metoden beskriven ovan:

Text i fet stil är den bästa uppskattningen från litteraturen.

Olika metoder för bestämning av klotformiga stjärnhopars ålder beskrivs av Chaboyer et. al, vilka finner åldrar mellan  $11,5 \times 10^9$  år och  $15,9 \times 10^9$  år för M12.

Uppmätt Turn-off-magnitud [mV]	Beräknat avstånd [pc]	Ålder, metod 1 [miljarder år]	Ålder, metod 2 [miljarder år]
18,7	4634	10,0	18,0
18,85	4634	11,1	20,5
18,5	4634	8,8	15,2
<b>18,3</b>	<b>4900</b>	7,0	11,6
18,3	4634	7,7	12,8
18,3	4500	8,0	13,5
18,7	6026 (ext. ej inkl.)	6,8	18,0



## Lärarens Guide

### Extrauppgifter

#### Uppgift 17

$$d = D_{\text{hop}} \times a = 4634 \times 3,833 \times 10^{-3} = \mathbf{17,76 \text{ pc}}$$

Hopen slutar där dess densitet når bakgrundsstjärnornas densitet.

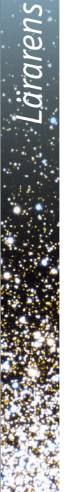
	cm	grader	radianer
Radianer	14,8	0,25	
Vinkeldiameter, a	13,0	0,22	$3,833 \times 10^{-3}$

Värdet på vinkeldiameteren, a, korresponderar till  $0,22 \times 60 = \mathbf{13,2 \text{ bågminuter}}$ . I atlasen Uranometria 2000,0 är vinkeldiameteren noterad till 14,5 bågminuter.

#### Uppgift 18

$$L_{\text{hop}} / L_{\text{sol}} = 2,512^{(M_{\text{sol}} - M_{\text{hop}})} = 2,512^{4,8 - (-7,32)} \sim \mathbf{70,500}$$

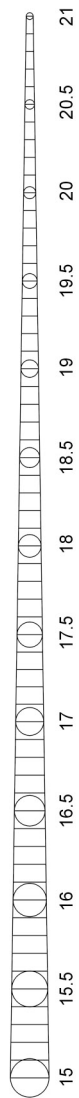
Det totala antalet stjärnor i M12 är ungefär  $150000 \pm 35000$  enligt Carl Grillmair (SIRTF Science Center, privat kommunikation, 2002).





## Lärarens Guide

**Figur 4: Måttstock**  
Denna måttstock  
behöver bli kopierad på  
overheadfilm och  
använd för mätning-  
arna i uppgift 1 till 6.





[www.astroex.org](http://www.astroex.org)

